



## **PENGUKURAN**

**Disampaikan pada Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SD  
Jenjang Lanjut  
Tanggal 6 s.d. 19 Agustus 2004  
di PPPG Matematika**

**Oleh:  
Dra. Pujiati, M. Ed.  
Widyaiswara PPPG Matematika Yogyakarta**

=====

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH  
PUSAT PENGEMBANGAN PENATARAN GURU (PPPG) MATEMATIKA  
YOGYAKARTA  
2004**

## DAFTAR ISI

Kata Pengantar .....	i
Daftar Isi .....	ii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Tujuan .....	1
C. Ruang Lingkup .....	2
BAB II PEMBELAJARAN JARAK, WAKTU DAN KECEPATAN .....	3
A. Hubungan Antara Jarak, Waktu dan Kecepatan .....	3
B. Penerapan Jarak, Waktu dan Kecepatan dalam Kehidupan Sehari-hari....	5
BAB III PEMBELAJARAN LUAS DAN VOLUM.....	5
A. Luas Segibanyak Beraturan .....	13
B. Luas Permukaan Kerucut .....	14
C. Luas Permukaan Kerucut Terpancung .....	15
D. Volum Kerucut Terpancung .....	16
E. Luas Permukaan Bola .....	17
F. Volum bola .....	19
G. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan Penggunaan Volum Bangun Bangun Ruang .....	20
H. Latihan .....	22
DAFTAR PUSTAKA .....	25

## **BAB I**

### **PENDAHULUAN**

#### A. Latar Belakang

Konsep-konsep dan keterampilan dalam pengukuran dari kurikulum matematika semuanya berkaitan dengan membandingkan apa yang diukur dengan apa yang menjadi satuan ukuran standar. Kunci untuk mengembangkan keterampilan dalam pengukuran adalah pengalaman yang cukup dengan kegiatan pengukuran. Oleh karena itu, sebaiknya siswa disyaratkan mempunyai keterampilan mengukur melalui latihan. Mereka juga perlu diberitahu hal-hal yang penting dalam pengukuran, yaitu hasil pengukuran tidak pernah pasti, namun dalam pengukuran biasanya ada aproksimasi. Dalam pengukuran, siswa perlu untuk belajar mengevaluasi ketika mengukur dengan “pendekatan”. Selain itu, siswa perlu juga latihan untuk memperkirakan dalam pengukuran.

Dari uraian-uraian di atas, mungkin banyak juga diantara kita yang bertanya-tanya mengapa pengukuran perlu diajarkan bagi siswa SD? Dari segi kemanfaatannya, alat-alat pengukuran dan keterampilan dalam pengukuran dapat digunakan dalam kehidupan siswa di masa mendatang. Siswa diharapkan juga dapat menghubungkan antara pengukuran dengan lingkungan, seperti menggunakan penggaris, termometer, gelas ukur, skala, dan sebagainya. Pengukuran memberikan siswa aplikasi yang praktis untuk keterampilan berhitung yang telah mereka pelajari. Pengukuran juga menyediakan suatu cara untuk menghubungkan antara konsep-konsep dasar geometri dengan konsep-konsep bilangan. Dengan kata lain, pengukuran akan sangat bermanfaat untuk mempelajari mata pelajaran lainnya, seperti: geografi, sains, seni, musik, dan sebagainya.

#### B. Tujuan

Tulisan ini disusun dengan maksud untuk memberikan tambahan pengetahuan berupa wawasan kepada para peserta penataran di PPPG Matematika maupun untuk guru

matematika di sekolah dasar, dengan harapan: dapat digunakan sebagai salah satu sumber untuk memecahkan masalah-masalah pembelajaran matematika, khususnya tentang materi pengukuran, dapat juga digunakan sebagai bahan pengayaan para guru, sehingga bahan yang disajikan lebih mudah dicerna oleh para siswa.

### C. Ruang Lingkup

Ruang lingkup yang tercakup dalam materi ini meliputi:

1. Pendahuluan yang berisi tentang: latar belakang, tujuan dan ruang lingkup
2. Pembelajaran tentang jarak, waktu dan kecepatan
3. Pembelajaran tentang luas dan volum, meliputi: luas segibanyak beraturan, luas kerucut, luas dan volum kerucut terpancung, serta luas dan volum bola

## BAB II

### PEMBELAJARAN JARAK, WAKTU DAN KECEPATAN

#### A. Hubungan Antara Jarak, Waktu dan Kecepatan

Untuk mengetahui arti jarak, waktu dan kecepatan serta mencari hubungannya, maka terlebih dahulu akan diberikan beberapa masalah untuk dapat diselesaikan sesuai dengan cara Anda masing-masing.

##### Contoh 1: masalah waktu

Gilang mengendarai sepeda motor dengan kecepatan 30 km/jam. Tentukan waktu yang dibutuhkan Gilang jika jarak yang harus ditempuh 75 km.

##### Contoh 2: masalah kecepatan

Setiap minggu pagi Pak Maman lari pagi mengelilingi stadion olah raga sejauh 3 km selama 15 menit. Berapakah kecepatan rata-rata lari Pak Maman?

##### Contoh 3: masalah jarak

Dito pergi ke pantai dengan naik sepeda yang kecepatan rata-ratanya adalah 15 km/jam. Apabila Ia membutuhkan waktu selama 90 menit, berapakah jarak dari rumah ke pantai?

Penyelesaian setiap soal pada bagian ini, hanya merupakan salah satu cara dan mungkin ada cara yang lain.

- Selama 1 jam pertama Gilang menempuh jarak sejauh 40 km, padahal jarak berikutnya yang ditempuh adalah 30 km lagi. Dengan demikian dalam waktu 2 jam jarak yang telah ditempuh Gilang adalah 60 km. Sisa perjalanan yang masih harus ditempuh Gilang adalah 15 km dan akan ditempuh selama  $\frac{1}{2}$  jam atau 30 menit. Jadi waktu yang dibutuhkan Gilang untuk menempuh jarak sejauh 75 km adalah 2 jam 30 menit.
- Jika jarak 3 km dapat ditempuh dalam waktu 15 menit, maka setiap menitnya Pak Maman dapat menempuh jarak sejauh  $= \left(\frac{1}{15} \times 3\right)\text{km} = \frac{1}{5}$  km. Sehingga pada

akhir menit kedua telah ditempuh jarak sejauh  $\frac{2}{5}$  km, pada akhir menit ketiga telah ditempuh jarak sejauh  $\frac{3}{5}$  km, dan seterusnya sampai akhir menit ke-15 Pak Maman dapat menempuh  $= (15 \times \frac{1}{5})$  km = 3 km. Berarti kecepatannya setiap menitnya tetap/konstan. Jadi kecepatan rata-rata lari Pak Maman adalah  $\frac{1}{5}$  km/menit.

3. Selama 1 jam atau 60 menit pertama Dito menempuh jarak 15 km, 30 menit berikutnya Ia menempuh jarak separuhnya = 7,5 km.  
Jadi jarak dari rumah ke pantai =  $(15 + 7,5)$  km = 22,5 km.

Dari contoh-contoh di atas jelaslah bahwa jarak, waktu dan kecepatan merupakan ukuran yang berkaitan dengan perjalanan. Seperti masalah di atas, jika Gilang dapat menempuh sejauh 30 km tiap jamnya, maka dikatakan bahwa Gilang mengendarai sepeda motornya dengan kecepatan rata-rata 30 km/jam. Jika dalam perjalanan, kecepatan kendaraan yang kita tumpangi tidak memberikan keterangan apa-apa, maka kecepatan kendaraannya dianggap tetap, karena jarak yang ditempuh sebanding dengan waktu tempuh. Untuk selanjutnya kecepatan tetap ini disebut dengan kecepatan rata-rata atau dapat juga disebut kecepatan saja.

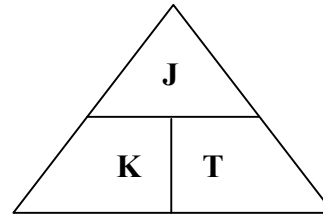
Dengan mengerjakan masalah-masalah tersebut di atas jika *jarak tempuhnya* adalah  $J$ , *kecepatan rata-ratanya* adalah  $K$  dan *waktu tempuhnya* adalah  $T$ , maka akan

$$\boxed{J = K \times T} \quad \text{atau} \quad \boxed{K = \frac{J}{T}} \quad \text{atau} \quad \boxed{T = \frac{J}{K}}$$

diperoleh hubungan antara jarak, waktu dan kecepatan rata-ratanya, yaitu:

Untuk memudahkan dalam mengingat, rumus tersebut dapat dibentuk seperti piramid, seperti gambar di samping.

Apabila jarak  $J$  dinyatakan dalam km dan waktu  $T$  dinyatakan dalam jam, maka kecepatan  $K$  dinyatakan dalam satuan km/jam. Jika jarak  $J$  dinyatakan dalam meter, sedangkan waktu  $T$  dalam detik, maka kecepatan  $K$  dinyatakan dalam m/detik.



:

Dengan menggunakan penerapan rumus di atas, maka masalah-masalah di atas dapat diselesaikan dengan cara sebagai berikut.

Apabila  $K = 30$  km/jam;  $J = 75$  km, maka akan diperoleh:

$$75 = 30 \times T \Leftrightarrow T = \frac{75}{30} = 2\frac{1}{2}$$

Jadi waktu yang diperlukan Gilang adalah  $2\frac{1}{2}$  jam

Untuk masalah nomor 2 dan 3 dapat dikerjakan sendiri dengan menggunakan rumus yang sudah ditemukan.

## B. Penerapan Jarak, Waktu dan Kecepatan dalam Kehidupan Sehari-hari

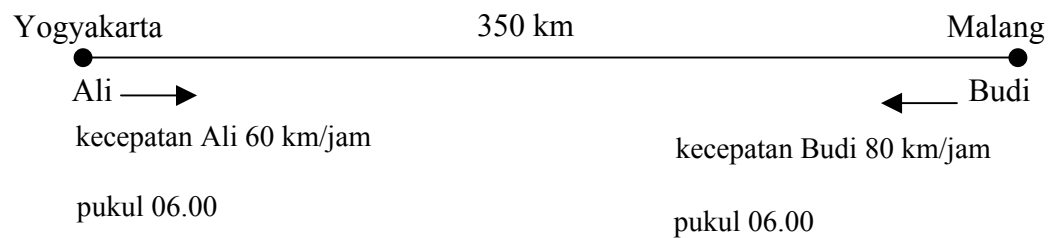
Agar dapat memotivasi siswa belajar mengenai jarak, waktu dan kecepatan, hendaknya dalam contoh-contoh soal dikaitkan dengan pengalaman siswa dalam kehidupan sehari-hari mereka, misalnya: menentukan lamanya waktu saat bepergian,

saat menentukan jam berapa harus berangkat ke sekolah agar tidak terlambat datang ke sekolah, saat menentukan kecepatan kendaraan ayah agar tiba di bandara tepat waktu, dan sebagainya. Berikut ini adalah contoh-contoh soal yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari.

**Contoh 1:**

Jarak Yogyakarta-Malang 350 km. Jika Ali berangkat dari Yogya ke Malang pukul 06.00 pagi dengan mobil kecepatannya 60 km/jam. Pada waktu dan rute yang sama Budi berangkat dari Malang menuju Yogya dengan mengendarai mobil yang kecepatannya 80 km/jam. Pada jarak berapa dan pukul berapa keduanya berpapasan?

*Penyelesaian:*



Misalkan lama perjalanan dari berangkat sampai bertemu  $T$  jam, dengan menggunakan rumus: Jarak = kecepatan  $\times$  waktu, maka diperoleh:

$$60T + 80T = 350$$

$$140T = 350$$

$$T = \frac{350}{140} = 2\frac{1}{2}$$

Jadi mereka berpapasan setelah perjalanan selama  $2\frac{1}{2}$  jam sesudah pukul 06.00, berarti pukul 08.30.

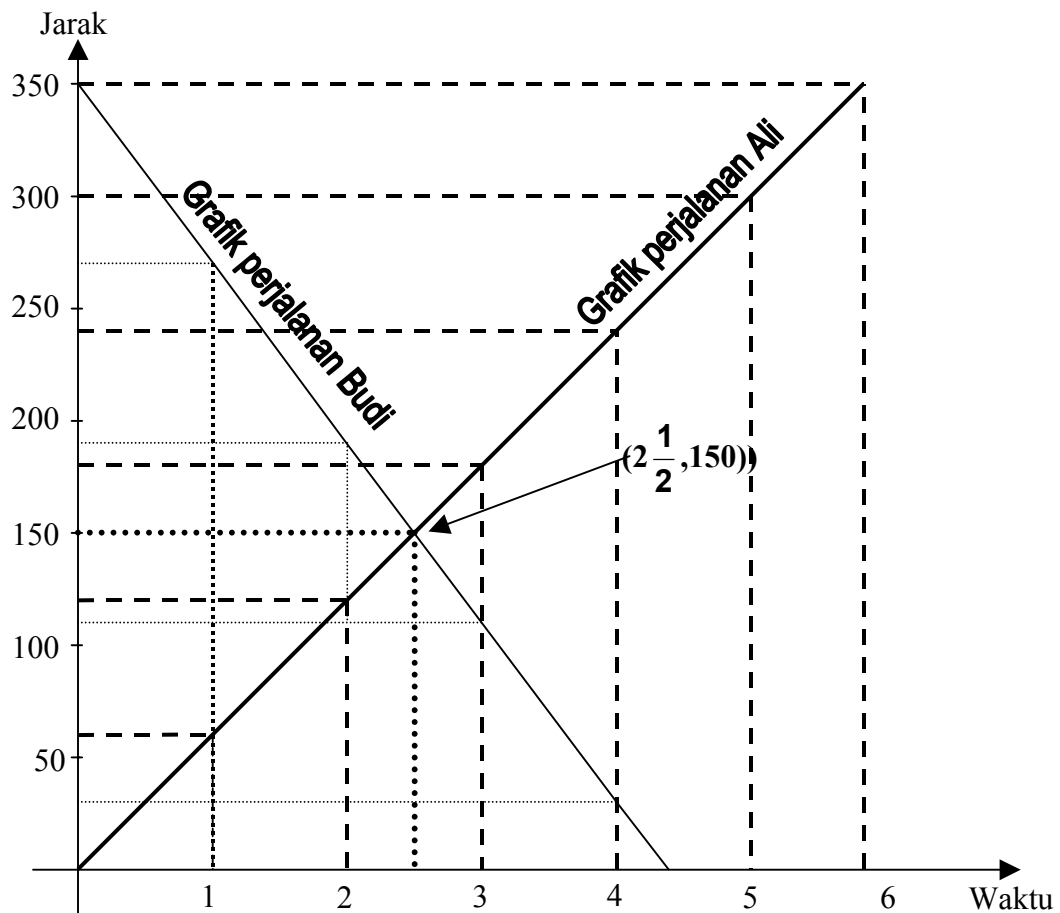
Tempat bertemu =  $(60 \times 2\frac{1}{2})$  km = 150 km dari Yogyakarta atau  $(80 \times 2\frac{1}{2})$  km = 200 km dari Malang.



Atau dapat juga dengan menggunakan grafik seperti berikut ini.

Dibuat grafik garis lurus dengan ketentuan sebagai berikut.

1. Grafik perjalanan Ali dimulai dari titik  $(0,0)$ , dan setiap jam ditempuh 60 km, sehingga titik kedua terletak pada koordinat  $(1,60)$  dan seterusnya sampai dengan jarak 350 km (sampai di Malang) yang dapat ditempuh selama 5 jam 50 menit
2. Grafik perjalanan Budi dimulai dari titik  $(0,350)$  dan setiap jamnya ditempuh 80 km, sehingga titik kedua terletak pada koordinat  $(1,270)$  dan seterusnya sampai jarak 0 km (sampai Yogya) ditempuh selama 4 jam  $22\frac{1}{2}$  menit.

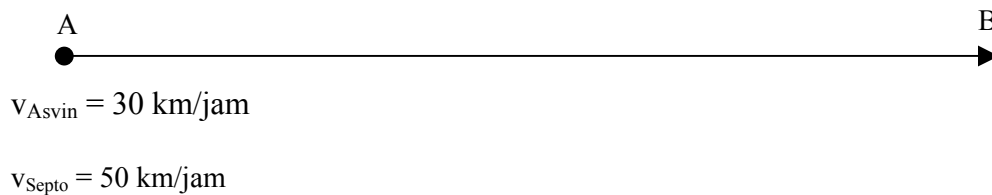


Dari grafik tersebut di atas dapat diketahui bahwa perpotongan kedua garis tersebut berada pada titik  $(2\frac{1}{2}, 150)$  artinya dalam perjalanan Ali dan Budi akan berpapasan pada jarak 150 km dari Yogya yang ditempuh selama  $2\frac{1}{2}$  jam.

**Contoh 2:**

Asvin dan Septo berangkat dari Kota A menuju Kota B mengendarai sepeda motor dengan kecepatan berturut-turut 30 km/jam dan 50 km/jam. Asvin berangkat terlebih dahulu, selang 3 jam baru Septo mulai berangkat. Berapa lama Septo menyusul Asvin dan berapa lama jarak yang telah ditempuhnya?

**Penyelesaian:**



Ketika Septo menyusul Asvin, jarak yang ditempuh sama. Jika jarak tersebut, misalkan  $J$  km, maka Asvin telah menempuh selama  $\frac{J}{30}$  jam (waktu tempuh = jarak dibagi kecepatan), sedangkan Septo telah menempuh  $\frac{J}{50}$  jam.

Selisih waktunya 3 jam, sehingga  $\frac{J}{30} - \frac{J}{50} = 3$  atau

$$\frac{5J}{150} - \frac{3J}{150} = 3$$

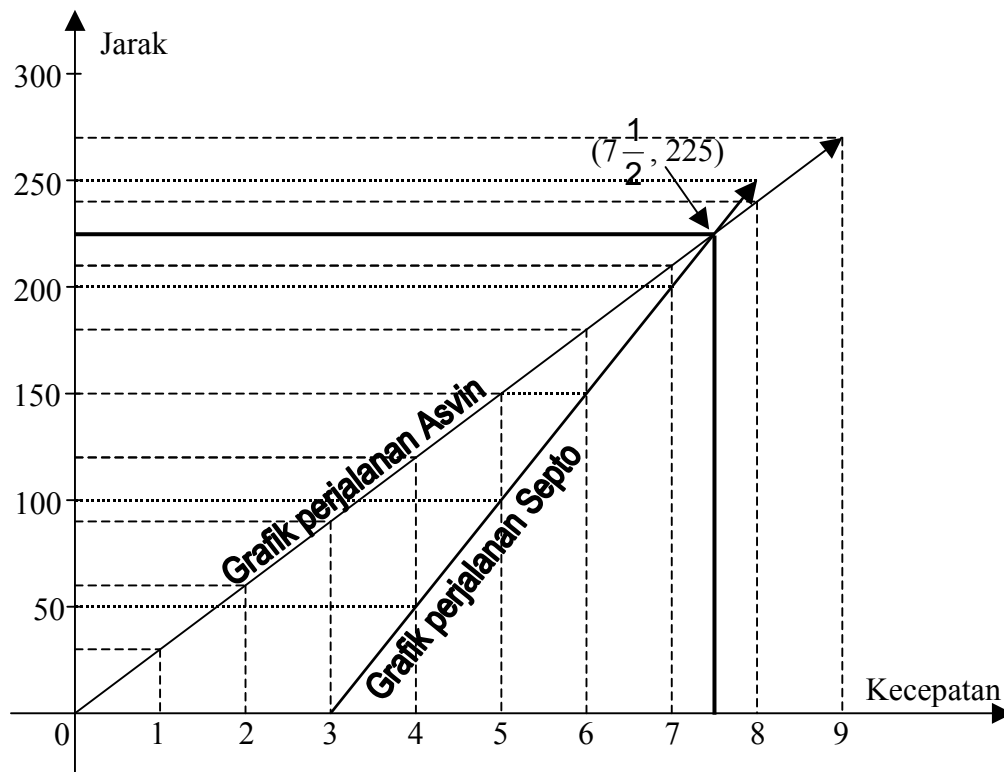
$$\frac{2J}{150} = 3$$

$$J = \frac{3 \times 150}{2} = 225$$

Jadi Septo menyusul Asvin setelah menempuh jarak 225 km, dalam jangka waktu =  $(\frac{225}{50})$  jam =  $4\frac{1}{2}$  jam, sedangkan Asvin telah berkendara selama  $= (3 + 4\frac{1}{2})$  jam =  $7\frac{1}{2}$  jam.

Atau dapat juga dengan menggunakan grafik sebagai berikut.

Dari grafik tersebut di atas ternyata perpotongan kedua garis tersebut terletak pada



titik  $(7\frac{1}{2}, 225)$ , artinya Asvin tersusul Septo setelah menempuh jarak 225 km dalam waktu  $7\frac{1}{2}$  jam, atau Septo dapat menyusul Asvin setelah berkendara selama  $4\frac{1}{2}$  jam dan menempuh jarak 225 km.

**Contoh 3:**

Aji dan Dito berlari mengelilingi lapangan sepakbola yang jaraknya 4 km dalam waktu berturut-turut 6 menit dan 10 menit. Keduanya berlari dari tempat yang sama. Setelah berapa menit mereka berpapasan apabila:

- a. arah lari keduanya berlawanan?

b. arah lari keduanya sama?

**Penyelesaian:**

a. Kecepatan berlari Aji =  $\frac{4}{6}$  km/menit =  $\frac{2}{3}$  km/menit

Kecepatan berlari Dito =  $\frac{4}{10}$  km/menit =  $\frac{2}{5}$  km/menit

Dalam satu menit jumlah jarak yang telah ditempuh

$$= \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{5}\right) \text{ km} = \left(\frac{10}{15} + \frac{6}{15}\right) \text{ km} = \frac{16}{15} \text{ km}$$

Jumlah jarak ketika mereka berpapasan = panjang lintasan lapangan = 4 km

Jadi mereka bertemu setelah menempuh selama

$$\begin{aligned} &= \left(4 : \frac{16}{15}\right) \text{ menit} = \left(4 \times \frac{15}{16}\right) \text{ menit} \\ &= \left(\frac{60}{16}\right) \text{ menit} = 3\frac{3}{4} \text{ menit.} \end{aligned}$$

b. Jika gerakan lari sama arahnya, maka ketika mereka berpapasan selisih jarak yang ditempuh = panjang lintasan lapangan = 4 km

Dalam satu menit selisih jarak yang ditempuh =  $\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5}\right)$  km

$$= \left(\frac{10}{15} - \frac{6}{15}\right) \text{ km} = \frac{4}{15} \text{ km}$$

Jadi mereka berpapasan setelah berlari selama

$$\begin{aligned} &= \left(4 : \frac{4}{15}\right) \text{ menit} = \left(4 \times \frac{15}{4}\right) \text{ menit} \\ &= \left(\frac{60}{4}\right) \text{ menit} = 15 \text{ menit} \end{aligned}$$

**Contoh 4:**

Kapal A berlayar di sungai Kapuas menuju ke hulu sejauh 30 mil, dalam jumlah waktu yang sama kapal B berlayar menuju ke hilir sejauh 50 mil pada sungai yang

sama. Jika kecepatannya sekarang 5 mil/jam, berapakah kecepatan kedua kapal di air yang tenang?

**Penyelesaian:**

Misalkan kecepatan rata-rata kapal di air tenang adalah  $x$ , oleh karena itu kecepatan ke hulu ( $x - 5$ ) dan kecepatan ke hilir adalah ( $x + 5$ ). Untuk memudahkan dalam bekerja dapat digunakan tabel, seperti berikut.

	Jarak (J)	Kecepatan rata-rata (K)	$T = \frac{J}{K}$
Kapal ke hulu	30	$x - 5$	$\frac{30}{x - 5}$
Kapal ke hilir	50	$x + 5$	$\frac{50}{x + 5}$

Jumlah waktu yang diperlukan untuk perjalanan ke hilir sama dengan waktu yang digunakan untuk perjalanan ke hulu, sehingga:

$$\frac{50}{x + 5} = \frac{30}{x - 5}$$

KPK dari ( $x + 5$ ) dan ( $x - 5$ ) adalah  $(x + 5)(x - 5)$ , sehingga:

$$(x + 5)(x - 5) \cdot \frac{50}{x + 5} = (x + 5)(x - 5) \cdot \frac{30}{x - 5}$$

$$(x - 5) \cdot 50 = (x + 5) \cdot 30$$

$$50x - 250 = 30x + 150$$

$$20x = 400$$

$$x = 20$$

Jadi kecepatan kapal di air tenang adalah 20 mil/jam.

**Contoh 5:**

Dua buah pesawat terbang berangkat dari Jakarta pada saat yang sama dan berlawanan arah pada garis lurus yang sama. Kecepatan rata-rata pesawat yang satu

40 km/jam lebih cepat dari pada pesawat yang lain. Apabila setelah 5 jam jarak kedua pesawat itu 2000 km, berapakah kecepatan rata-rata setiap pesawat?

**Penyelesaian:**



misal:  $v_B = x$

$$v_A = x + 40$$

Jumlah jarak keduanya setelah 5 jam = 2000 km, sehingga

$$(v_A \times t) + (v_B \times t) = 2000$$

$$(x + 40) \times 5 + x \times 5 = 2000$$

$$5x + 200 + 5x = 2000$$

$$10x = 2000 - 200$$

$$10x = 1800$$

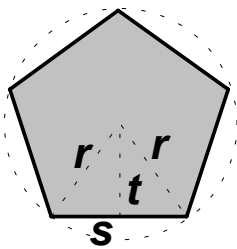
$$x = 180$$

Jadi kecepatan pesawat A = 220 km/jam dan kecepatan pesawat B = 180 km/jam

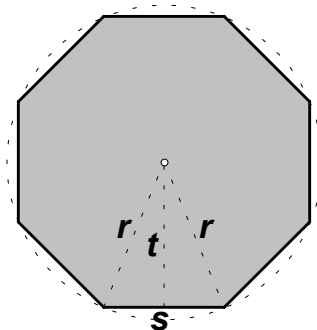
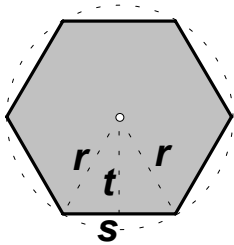
### BAB III PEMBELAJARAN LUAS DAN VOLUM

#### A. Luas Segi-n Beraturan

Untuk mencari luas segibanyak beraturan, dapat dimulai dengan mencari luas segilima beraturan, segienam beraturan, dan segidelapan beraturan yang terletak di dalam lingkaran seperti gambar berikut.



Bagilah segilima menjadi lima segitiga sama kaki yang sama dan sebangun (kongruen). Dapat dicari luas sebuah segitiga tersebut, yaitu alas kali tinggi. Jadi luas segilima beraturan tersebut adalah lima kali luas segitiga. Perlu diingat, pada segilima beraturan alasnya adalah sisi segilima, sehingga luas segilima beraturan adalah  $5 \times (\frac{1}{2} s \times t)$ .



Dengan cara yang sama, maka dapat dicari luas segienam beraturan, yaitu:

$$6 \times (\frac{1}{2} s \times t).$$

Sedangkan luas segidelapan beraturan adalah  $8 \times (\frac{1}{2} s \times t)$ .

Dengan contoh-contoh di atas, maka dapat dicari luas segi-n beraturan dengan menggunakan tabel berikut. Carilah luas tiap segibanyak beraturan berikut ini dan isikan dalam tabel yang tersedia, apabila tinggi tiap segitiga dalam segibanyak beraturan adalah t dan panjang sisinya adalah s.

Banyaknya sisi	3	4	7	9	10	11	12	...	n
Luas segi-n beraturan	...	...	...	...	...	...	...	...	...

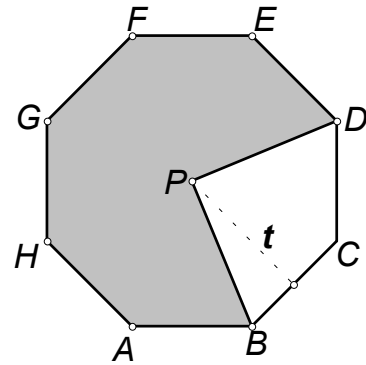
Jadi luas segi-n beraturan adalah ....., dengan s adalah panjang sisi segi-n beraturan dan t adalah tinggi dari segitiga.

**Latihan**

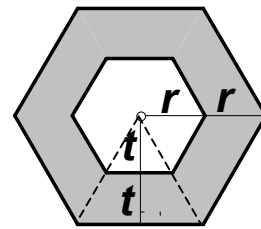
1. Hitunglah luas daerah yang diarsir dari segidelapan beraturan ABCDEFGH. Jika  $t$  panjangnya 20 cm dan ruas garis AB panjangnya 16 cm.

**Petunjuk:** carilah luas segitiga PBC terlebih dahulu.

Luas daerah yang diarsir adalah luas segidelapan beraturan dikurangi dua kali luas segitiga PBC.

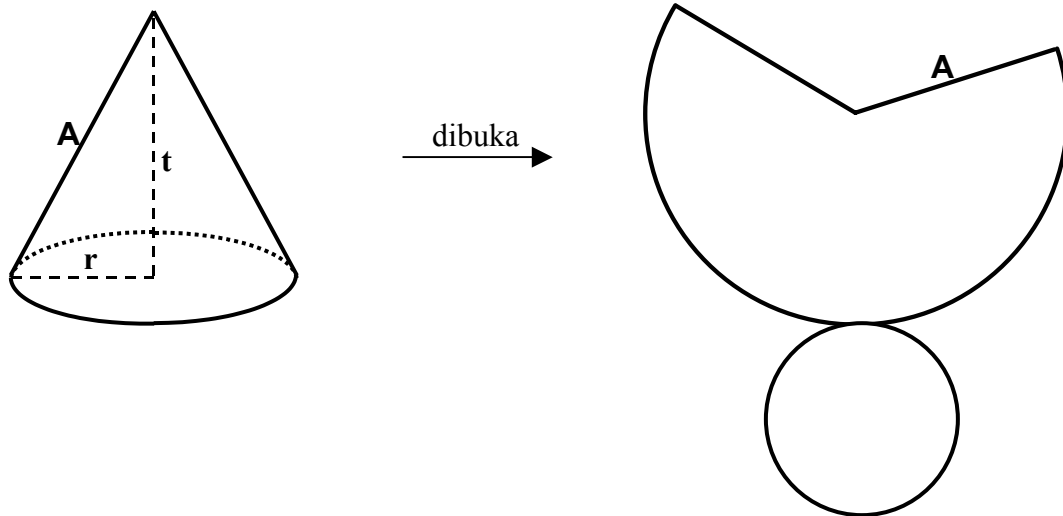


2. Hitunglah luas daerah yang diarsir, apabila panjang sisi segienam beraturan kecil adalah setengah panjang segienam beraturan besar demikian juga untuk segitiga kecil tingginya adalah setengah tinggi segitiga besar pada segienam beraturan.



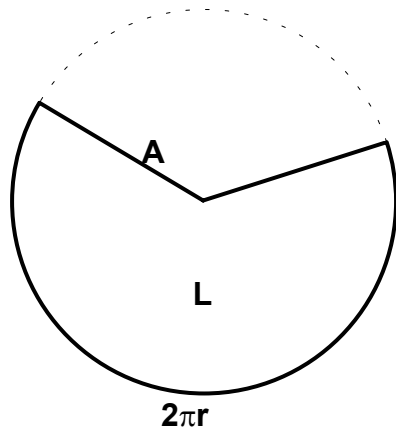
**Petunjuk:** luas daerah yang diarsir adalah luas segienam besar dikurangi luas segienam kecil.

**B. Luas Permukaan Kerucut**



Luas kerucut terdiri dari selimut kerucut dan lingkaran. Luas lingkaran adalah  $\pi r^2$ . Untuk mencari luas selimut kerucut adalah sebagai berikut.





Selimut kerucut merupakan bagian dari suatu lingkaran besar dengan jari-jarinya adalah apotema kerucut. Misal L adalah luas selimut kerucut dan K adalah keliling lingkaran pada kerucut, maka:

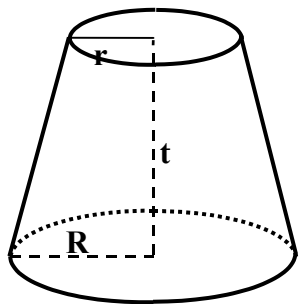
$$\frac{L}{\text{Luas lingkaran}} = \frac{K}{\text{Kel.lingkaranbesar}}$$

$$\frac{L}{\pi A^2} = \frac{2\pi r}{2\pi A}$$

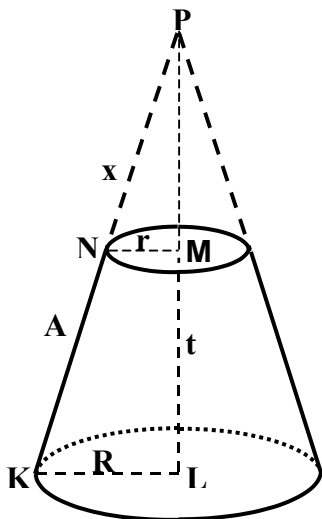
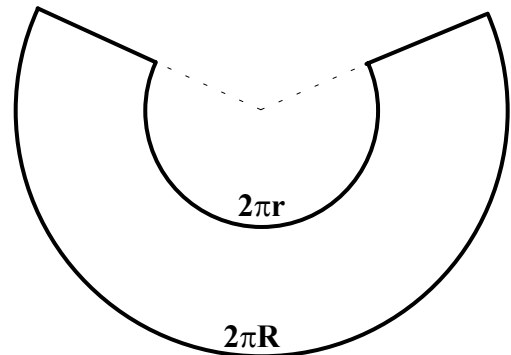
$$L = \frac{2\pi r \times \pi A^2}{2\pi A} = \pi r A.$$

Jadi luas kerucut =  $\pi r^2 + \pi r A = \pi r (r + A)$ .

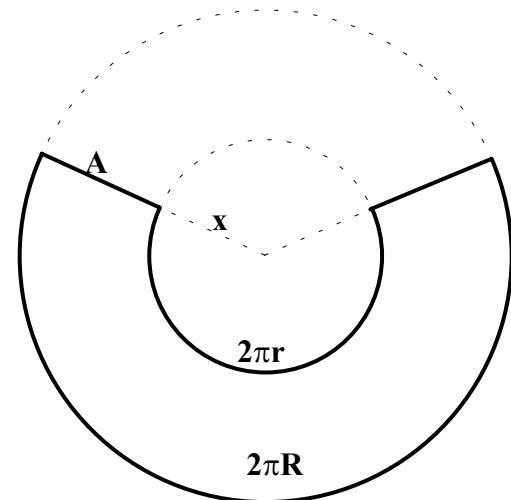
### C. Luas Permukaan Kerucut Terpancung



dibuka →



dibuka →



$$\Delta PMN \sim \Delta PLK$$

$$PN : PK = MN : KL$$

$$x : (x + A) = r : R$$

$$r(x + A) = Rx$$

$$rA = x(R - r)$$

$$x = \frac{rA}{R - r} \dots\dots(i)$$

$$\text{Luas kerucut besar} = \pi R(A + x)$$

$$\text{Luas kerucut kecil} = \pi rx$$

$$\text{Luas selimut kerucut terpancung} = \text{luas kerucut besar} - \text{luas kerucut kecil}$$

$$= \pi R(A + x) - \pi rx$$

$$= \pi RA + \pi x(R - r) \dots\dots(ii)$$

(i) disubstitusikan ke (ii)

$$\text{Luas selimut kerucut terpancung} = \pi RA + \pi \frac{rA}{R - r}(R - r)$$

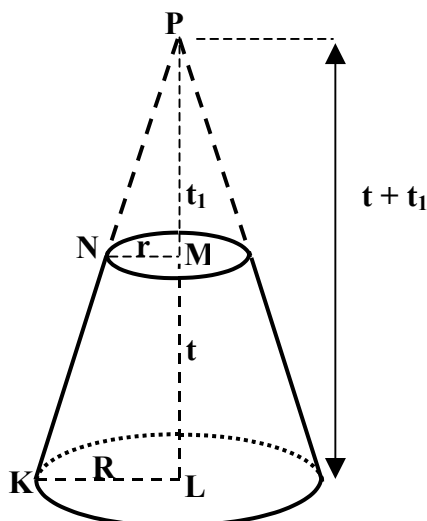
$$= \pi RA + \pi rA = \pi A(R + r)$$

$$\text{Luas kerucut terpancung seluruhnya} = \text{luas selimut} + \text{lingkaran besar} + \text{lingkaran kecil}$$

$$= \pi A(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$= \pi \{R(R + A) + r(r + A)\}$$

**D. Volum Kerucut Terpancung**



Volum Kerucut Terpancung

$$\text{Volum kerucut besar} = \frac{1}{3} \pi R^2(t + t_1)$$

$$\text{Volum kerucut kecil} = \frac{1}{3} \pi r^2 t_1$$

$$\Delta PMN \sim \Delta PLK$$

$$\frac{MN}{LK} = \frac{PM}{PL} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{t_1}{t_1 + t}$$

$$\Leftrightarrow t_1 R = r(t_1 + t)$$

$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{rt}{(R-r)} \dots\dots(i)$$

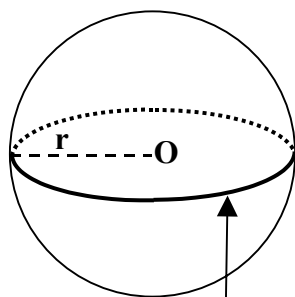
Volum kerucut terpancung = volum kerucut besar – volum kerucut kecil

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \pi R^2(t + t_1) - \frac{1}{3} \pi r^2 t_1 \\ &= \frac{1}{3} \pi \{t_1(R^2 - r^2) + R^2 t\} \dots\dots(ii) \end{aligned}$$

Substitusi (i) ke (ii)

$$\begin{aligned} \text{Volum kerucut terpancung} &= \frac{1}{3} \pi \left\{ \frac{rt}{(R-r)} (R-r)(R+r) + R^2 t \right\} \\ &= \frac{1}{3} \pi \{ rt(R+r) + R^2 t \} \\ &= \frac{1}{3} \pi t \{ r(R+r) + R^2 \} \\ &= \frac{1}{3} \pi t \{ R^2 + Rr + r^2 \} \end{aligned}$$

#### E. Luas Permukaan Bola



Lingkaran terbesar

Titik O disebut titik pusat bola. Jari-jari bola adalah suatu ruas garis yang ditentukan oleh titik pusat dan satu titik pada bola. Perpotongan bola dan suatu bidang pada titik pusat disebut lingkaran terbesar dari bola.

Untuk mencari luas permukaan bola, dapat dilakukan penyelidikan sebagai berikut.

(i)

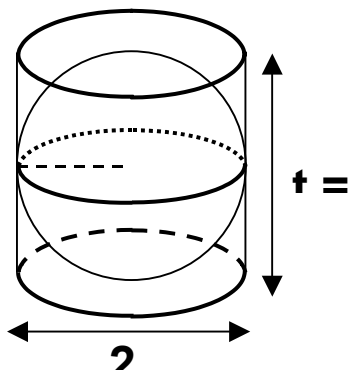
(ii)

1. Potonglah bola melalui pusatnya, sehingga terbentuk dua setengahan bola
2. Lilitkan tali pada permukaan lengkung setengah bola tersebut sampai penuh (gambar (i))
3. Tali yang melilit permukaan setengah bola tersebut, lilitkan pada permukaan datar setengah bola yang berupa lingkaran pada setengah bola lainnya (gambar (ii))
4. Ulangi kegiatan tersebut sampai beberapa kali sampai Anda yakin
5. Ternyata tali tersebut dapat memenuhi lingkaran sebanyak dua kali, sehingga

$$\begin{aligned} \text{luas permukaan } \frac{1}{2} \text{ bola} &= 2 \times \text{luas lingkaran} \\ &= 2 \times \pi r^2 \end{aligned}$$

Jadi, **Luas permukaan bola**  $= 2 \times 2\pi r^2 = 4\pi r^2$

Ternyata hal itu sesuai dengan teori Archimedes (abad ke-3 SM), yaitu:



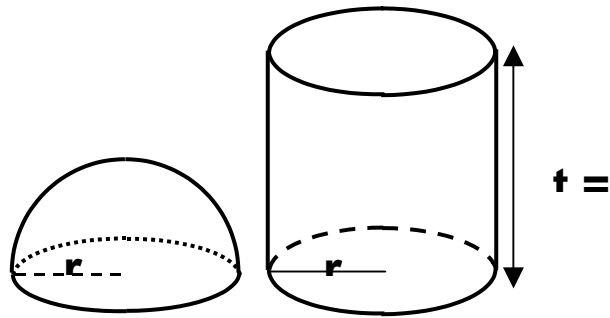
Jika sebuah bola dapat tepat menempati tabung yang jari-jari alasnya  $r$  dan tinggi  $2r$ , maka luas bola sama dengan luas selimut tabung tersebut. Hal itu dapat ditunjukkan dengan melilitkan tali pada permukaan bola, kemudian tali tersebut dililitkan kembali ke sekeliling selimut tabung. Ternyata panjang tali yang diperlukan untuk menutupi seluruh permukaan tabung sama dengan tali yang digunakan untuk menutupi

seluruh selimut tabung, sehingga:

Luas permukaan bola = luas selimut tabung

$$\text{Luas permukaan bola} = 2\pi r t = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$$

## F. Volum Bola



Untuk menemukan rumus volum bangun ruang, dapat dilakukan dengan membandingkan volum tabung dengan volum  $\frac{1}{2}$  bola.

Untuk kegiatan tersebut diperlukan

pasangan tabung dengan  $\frac{1}{2}$  bola yang mempunyai jari-jari sama dan tinggi tabung sama dengan diameter.

Langkah-langkah kegiatannya adalah sebagai berikut:

1. Isilah setengah bola dengan pasir, beras atau biji-bijian
2. Perlahan-lahan tuangkan isi tersebut ke dalam tabung. Berapa bagian volum yang nampak dalam tabung
3. Isilah kembali  $\frac{1}{2}$  bola dan tuangkan lagi ke dalam tabung sampai tabung penuh
4. Dari kegiatan tersebut di atas, diperoleh kesimpulan bahwa volum tabung sama dengan tiga kali volum setengah bola

$$\begin{aligned} \text{Volum tabung} &= \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3 \end{aligned}$$

$$\text{Volum tabung} = 3 \times \text{volum } \frac{1}{2} \text{ bola}$$

$$2\pi r^3 = 3 \times \text{volum } \frac{1}{2} \text{ bola}$$

$$\text{Volum } \frac{1}{2} \text{ bola} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

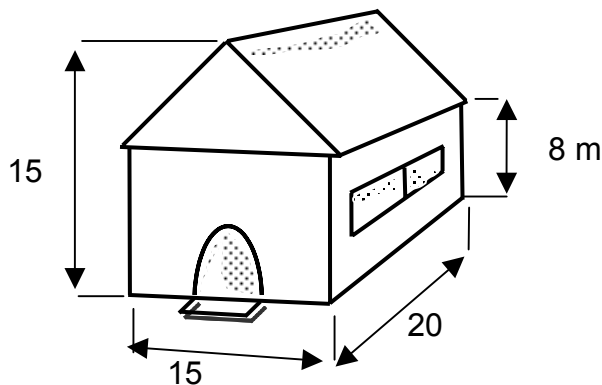
$$\text{Volum bola} = 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Kegiatan di atas dapat pula dilakukan dengan menggunakan pasangan kerucut yang tingginya  $2r$  dan jari-jari alasnya  $r$  dengan  $\frac{1}{2}$  bola yang jari-jarinya  $r$  pula.

### G. Pemecahan Masalah yang Berkaitan dengan Penggunaan Volum Bangun Ruang

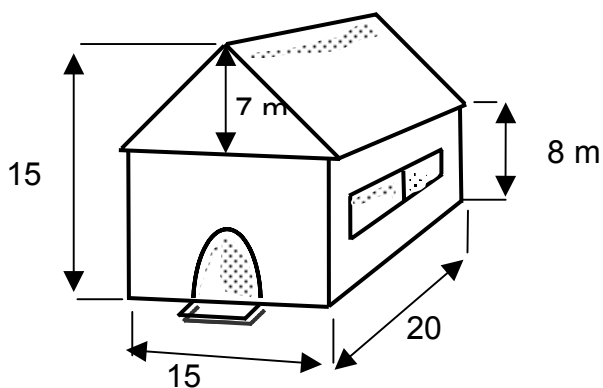
Agar aturan-aturan atau rumus-rumus tentang volum bangun ruang di rasakan ada manfaatnya, maka ditunjukkan terapannya dengan objek-objek yang nyata atau dalam bentuk soal-soal cerita yang berkaitan dengan pemecahan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Agar siswa dapat tertarik, maka permasalahannya dipilih yang dapat dihayati oleh para siswa, sehingga mereka merasakan makna dari apa yang mereka kerjakan.

#### Contoh 1:



Seorang teknisi harus menghitung volum udara dalam sebuah rumah untuk merancang sistem AC di rumah tersebut. Bantulah teknisi itu untuk menghitung volum rumah tersebut dengan ukuran bagian dalamnya seperti nampak dalam gambar.

#### Penyelesaian:



Rumah tersebut dapat dianggap sebagai bangun gabungan balok dengan prisma segitiga, sehingga dapat dihitung perbagian.

$$\begin{aligned} V \text{ balok} &= L. \text{ alas} \times \text{tinggi} \\ &= 15 \times 20 \times 8 \\ &= 2400 \end{aligned}$$